

宇宙際タイヒミューラー理論の検証：進捗状況の報告（2014 年 12 月現在）

京都大学数理解析研究所・教授 望月新一

2012 年 8 月末に宇宙際タイヒミューラー理論 (IU Teich) に関する連続論文を発表し、2013 年 12 月、理論の検証に関連した活動に関する報告を公開しましたが、その後の 1 年の間に様々な新しい展開がありましたので改めてご報告します。

(1) 2014 年に行なった、IU Teich に関する口頭発表は次の 2 件になります：

2014 年 02 月 20 日（2 時間＋2 時間、
京都大学数理解析研究所の数論セミナー）、
2014 年 05 月 24 日（2 時間＋2 時間、熊本大学）。

両方の講演のレクチャーノートはこれまでの IU Teich 関連の講演のものを少し修正・加筆したのですが、これまでと比べて多少長めにとらせていただいた講演時間を活用してより詳細な解説や聴衆の質問への対応ができました。レクチャーノートはその後度々修正しており、最新版は（同様な内容を解説したサーベイ ([Pano]) と共に）私のウェブサイトで公開しております。2 月の講演は主に数理解析の大学院生とポストドク等の若手、それから昔からそのセミナーに参加している関西圏在住の研究者向けの講演で、参加者の人数は 10～20 人程でした。一方、5 月の講演は熊本大学の加藤文元教授の招待で実現したもので、参加者は九州大学等、九州地方の研究者が多く、人数は 40～50 人程でした。今回の招待の背景に、2005 年 7 月～2011 年 3 月の間、加藤氏が京都大学数学教室の准教授をしておられた頃、

2～3 週間に 1 回（＝3～4 時間程）、

2 人で行なった IU Teich のセミナーがありました。当時、IU Teich はまだ発展途上の段階にあったわけですが、ご多忙の合間を縫って延々と喋りたがる私のお相手をして下さった加藤氏に大変感謝致しております。

(2) 山下剛氏（京都大学数理解析研究所数理解析研究交流センター特任講師）とは 2012 年 10 月以降、IU Teich に関するセミナーを行なっておりますが、2014 年も、

3 週間に 1 回（＝4～5 時間程）、

IU Teich に関するセミナーを行ないました。これまで通り IU Teich の様々な技術的な側面について議論し、山下氏からいただいた技術的な指摘（＝2014 年は、数百件発生した 2013 年より大幅に減って 30 件程度）を踏まえて論文を修正し、修正版を自分のウェブサイトで公開しました。山下氏は 2013 年から IU Teich（や理論に必要

2 宇宙際タイヒミューラー理論の検証：進捗状況の報告（2014 年 12 月現在）

な「準備の論文」）に関するサーベイの執筆を手掛けており、執筆の過程で理論の本体が書かれている連続論文（4 篇）を改めて通読し（＝3 回目）、新たに判明した質問や指摘についてセミナーで議論しました。サーベイは 200～300 頁程度（＝頁数の上では原論文の 1 割程度という驚異的な圧縮率！）の長さになる見込みで、現時点では半分以上書き終わっているとのこと。一方、山下氏は九州大学の田口雄一郎准教授の招待で

2014 年 09 月 16 日～19 日の 4 日間（＝1 日 5 時間程）、

九州大学で IU_{Teich} の準備の論文（＝主に [AbsTopIII]）について講演しました。大学院生やポストドク、助教等の若手を中心に、聴衆の反応は上々だったようです。講演では、IU_{Teich} について

つまみ食いして手っ取り早く理解しようとする と 10 年経っても理解できないが、しっかり前から順番に読むと半年で理解できる

と注意したそうです。九州大学での連続講演の「続き」（とはいえ、九大での連続講演の内容については最初の数日間、改めて解説する予定である）は、

2015 年 03 月 09 日～20 日の（平日）10 日間（＝1 日 7 時間程）、

「RIMS 共同研究」（＝数理研の共同利用事業の種目の一つ）として数理研で行なうことになりました。この集会（＝「RIMS 共同研究」）の [プログラム](#) は私のウェブサイトで公開しております。なお、山下氏のサーベイを（他の関連論文と共に）集会の報告集という形で数理研の「[講究録別冊](#)」として刊行する方向で考えております。

(3) [Mohamed Saïdi](#) 氏（エクセター大学（連合王国）・准教授）は

2014 年 06 月 25 日～09 月 24 日の間、

客員教授として数理研に滞在し、滞在期間中、理論本体の、（最後の計算を除いた）理論的な部分（＝[IUTchI], [IUTchII], [IUTchIII]）を改めて通読し（＝3 回目）、2013 年夏行なったセミナーの内容を確認しながら、新たに判明した技術的な質問や指摘（＝全部で 70 件程！）について

週 1 回（＝2～3 時間程度×9 回）

のセミナーで私と二人で議論しました。初めて勉強した 2013 年夏と比べて多くの技術的な不具合が既に直っていたこともあり、2013 年夏よりはかなり読みやすくなっていました。2013 年夏のセミナーと同様に、毎週のセミナーでいただいた Saïdi 氏の数々の技術的な指摘を踏まえて論文を修正し、修正版を自分のウェブサイトで公開しました。セミナーでは、IU_{Teich} の普及について、どうしても時間が掛かるものなので忍耐強く待つしかないことを、悠々とした空気の下で頻りに説いておられた姿が印象的でした。これから IU_{Teich} の勉強を始める方へのアドバイスについて改めて尋ねたところ、「準備の論文から勉強を始めれば、必要なものは全てそこに含まれている」ことを何度も強調されました。具体的には、[IUTchI], [IUTchII] を

読むには、

- ・ [SemiAnbd], §1, §2, §3, §5, §6;
- ・ [FrdI]; [FrdII], §1, §2, §3;
- ・ [EtTh]（*）;
- ・ [AbsTopI], §1, §4; [AbsTopII], §3; [AbsTopIII], §1, §2（*）

（ただし、「（*）」は「特に重要」であることを意味する）、また [IUTchIII], [IUTchIV] を読むには、更に

- ・ [AbsTopIII], §3, §4, §5;
- ・ [GenEll]

を勉強すればよい、という形で（ある日のセミナーで）二人で纏めてみました。

(4) 星裕一郎氏（京都大学数理解析研究所・講師）とは以前から様々なテーマでセミナーを行なっておりますが、2014 年は IU_{Teich} を主たるテーマとして

2 週間に 1 回（＝3 時間程度）、

二人でセミナーを行ないました。星氏の場合、以前から（＝2013 年末までに）遠アーベル幾何関連の「準備の論文」（＝[SemiAnbd], [AbsTopI], [AbsTopII], [AbsTopIII]）を勉強しており、沢山の技術的指摘をして下さっているのみならず、[AbsTopIII] の理論の延長線上にある、数体の単遠アーベル幾何（＝mono-anabelian geometry）に関する独自の研究成果も得られています。その研究成果を纏めた複数の論文のうち、最新のものを 2015 年 3 月の集会の報告集に収録する方向で考えております。一方、星氏はそれ以外の IU_{Teich} の「準備の論文」（＝[HASurI], [HASurII], [FrdI], [FrdII], [EtTh], [GenEll] 等）を 2014 年 1 月～3 月までに読み終え、2014 年 4 月～7 月に掛けて、理論の本体の連続論文（4 篇）を通読しました。最後の計算が書かれている第 4 論文（＝[IUTchIV]）は一回しか読みませんでした。IU_{Teich} の理論的な部分が書かれている第 1～第 3 論文（＝[IUTchI], [IUTchII], [IUTchIII]）は、自分の理解を深めるために、最終的には 5 回以上通読したそうです。星氏の場合、2013 年 5 月～11 月の間、山下氏が開いた約 140 時間に及ぶセミナーに出席した経験を経た上での通読になりますが、本体の理論が書かれている論文を 5 回以上通読して到達した理解度を仮に「100」とすると、山下氏のセミナーによって得られた理解度が幾つ位に相当するか尋ねたところ、「10～15 程度」との回答をいただきました。そもそも「理解度」を完全に数値化することには無理があり、また論文を読み始める前に「筋書」に慣れ親しむ上ではその筋書を立派に解説していただいた山下氏のセミナーには一定のありがたみがあったとも言われましたが、こちらとしては、理論を本格的に理解するには、

論文を丁寧に勉強することが如何に必要不可欠であるか、

改めて認識させられました。2014 年、2 週間に 1 回星氏と行なったセミナーでは IU_{Teich} の多様な技術的な側面について議論しましたが、その後、星氏からいただいた様々な技術的な質問や指摘（＝全部で 40 件程度）を参考に論文を修正し、修正

4 宇宙際タイヒミューラー理論の検証：進捗状況の報告（2014 年 12 月現在）

版を自分のウェブサイトで公開しました。星氏が理論の本体が書かれている論文を勉強し始めた段階では、山下氏と Saïdi 氏による検証が既にかかなり進んでいたため、細かい技術的な不具合がかなり少なくなっていたそうです。一方、星氏の場合、遠アーベル幾何の分野では豊富な実績があり、その遠アーベル幾何の深い理解を活用して理論全体を俯瞰するような形で理論の論理構造を点検していただいた結果、理論のある部分（＝具体的には、数体関連の Kummer 理論）の定式化の仕方において不具合があることが判明しました。これについてはセミナーで徹底的に議論し、その不具合を解消した定式化と、星氏との議論の主な内容を記した「リマーク」が書かれた論文の修正版を（いつものように）私のウェブサイトで公開しました。星氏の数々の指摘を巡る処理が一段落した秋頃のある日のセミナーで、IU Teich を勉強する試みが難航し苦労している方へのアドバイスがないか、複数回にわたり尋ねましたが、星氏からは

自分の場合、学生の頃から望月の様々な論文を読んでいるが、論文を順番に、丁寧に勉強すれば理解することについては（特筆する程の）苦労をしたことはなく、実際、今回の IU Teich の連続論文の場合も（特筆する程の）苦労はなかった

との（想定外に寛大な）回答をいただきました。

(5) **Chung Pang Mok 氏**（パデュー大学（アメリカ合衆国）・准教授）は、2014 年 10 月～11 月の間、米国の複数の大学や研究所において IU Teich を紹介する講演を行なったようです。私はこれまで Mok 氏と交流したことがなく、10 月頃、星氏からの報告によってこれらの活動について知りました。一方、2015 年 3 月の研究集会の時期に Mok 氏と交流する機会が巡ってくると期待しております。

(6) 上の (2), (3), (4) では 3 名の数論幾何の研究者による検証活動について報告しました。この 3 名の研究者は IU Teich の（少なくとも現時点での）「検証体制」の中核を成していると考えておりますが、3 名には様々な共通点と相違点があります。まず、年齢を見ていきますと、Saïdi 氏は 40 歳代半ば、山下氏は 30 歳代後半、星氏は 30 歳代前半となっています。例えば、星氏の場合、ちょうど 10 年前の 2004 年春の時点ではまだスキーム論の標準的な教科書である「Hartshorne」の初歩的な部分を勉強していたわけですから、そのような段階から出発しても **10 年以内**に IU Teich を厳密に理解することが可能であるという、興味深い「事例」になっています。（もちろんこの 10 年の間に、星氏は IU Teich の勉強以外にも、20 本程の立派な研究論文を執筆したり、学生の指導、集中講義、査読等、充実したな研究・教育活動に従事しているわけですが！）3 名ともそれなりの研究実績があると共に、数学雑誌の査読者としての豊富な経験と実績（＝10 件以上）があります。一方、研究分野に関していうと、Saïdi 氏と星氏は遠アーベル幾何の研究者であり、遠アーベル幾何関連の豊富な業績があるのに対し、山下氏の研究は遠アーベル幾何とは基本的には関係のない、 p 進ホッジ理論や p 進多重ゼータ値のようなテーマが中心です。この研究分野の違いを反映するかのような形の現象になりますが、Saïdi 氏と星氏は ((3), (4)

でも言及した通り）遠アーベル幾何の延長線上にある第 1～第 3 論文（＝[IUTchI], [IUTchII], [IUTchIII]）で展開されている理論が主な関心の対象となっていて、第 4 論文（＝[IUTchIV]）の具体的な計算や **ABC 予想の不等式等**、**Hodge-Arakelov 理論**と関連する解析数論的な側面に対する関心が比較的薄いのに対し、山下氏は第 1～第 3 論文のみならず、第 4 論文に対しても相応の関心を度々示しています。このように、3 名にはそれぞれの特色がありますが、2013 年 12 月の報告や上の (2), (3), (4) で解説した検証活動において 3 名とも極めて重要かつ貴重な貢献をしていて、これまでいただいている数々の指摘等を振り返ると改めて痛感するところですが、3 名のうち、どの一人を外しても、その一人の貢献は決して残りの二人の貢献によって代替できるものではありません。一方、2014 年の夏頃までの検証活動で 3 名とも盛んに交流して共通に感じたことの一つは、2013 年と違って（著者の私以外の）「他人」として初めて（またはそれに近い形で）IU_{Teich} を本格的に理解したという、新天地を切り開く際の新鮮さや清々しさがだいぶ薄れてきていて、寧ろ

IU_{Teich} の連続論文を既に再三にわたり（＝Saïdi 氏は 3 回、山下氏は 3 回以上、星氏は 5 回以上）読み直し、かつ検証していて、最早これ以上、どこをどう検証したり「突っ込み」を入れたりしたらよいか分からない、幾ら探しても新たな検証対象が見当たらない

という「ネタ尽き感」による大きな「空気の変化」であります。更にもう一つ、無視できない要素として、3 名とも（当たり前ですが）IU_{Teich} の検証以外にも様々な仕事を抱えている中で、これ以上検証対象が見当たらないような状況下でも敢えて作業の「空転」を覚悟してまで検証作業を継続する時間的な余裕がないという側面を考慮すると、こちらとしてもこれ以上作業の継続をお願いする筋合いがありません。実際、私自身、これまで 20 数年にわたり、著者、査読者、編集委員それから編集委員長のそれぞれの立場で無数の（投稿論文の査読の）事例に関わってきており、その経験を基にした判断になりますが、これまでの 3 名による検証活動はその内容、徹底ぶり、綿密ぶりから言えば、通常の数値雑誌の査読の水準を既に遥かに上回っており、「中核的な 3 名」以外の研究者による指摘等を入れても、（通常の論文の査読で発生するような）直ぐに直るような表面的な不備・不具合は多数発見され、修正されておりますが、

理論の本筋や本質的な正否に関わるような問題点是一件も確認されておりません。

山下氏と星氏との間で交わされた会話でも、論文中の理論の記述における不具合は今後も発見される可能性はあるとしても、理論が本質的に間違っている可能性はないという共通認識を持っていることを確認したとの報告を受けています。また理論自体には、古典的なガウス積分の計算やテータ関数の関数等式の証明を連想させられるような、「尋常ならざる標準性（＝canonicity）」があり、つまり、「単に本質的な間違いはない」という意味において「正しい理論」であるのみならず、

ABC 予想には本質的に異なる手法による「別証明」が果たして存在し得る

6 宇宙際タイヒミューラー理論の検証：進捗状況の報告（2014 年 12 月現在）

か、疑問を抱かざるを得ないという意味においても「正しい理論」であるという感想を、私自身も何度も抱かせられたことがあります。また（私とは完全に独立な形で）複数の研究者から聞かされたことがあります。（もちろん、誤解がないように書いておきますと、厳密な数学的な意味において「別証明は存在しない」という命題を証明できるわけではありません！）このような状況を踏まえて現時点でのこちらの認識を総括すると、

IUTeich の検証は、実質的な数学的な側面において事実上完了しているが、理論の重要性や手法の新奇性に配慮して、念のため「理論はまだ検証中である」という看板を降ろす前にもう少し時間を置いてもよい

と考えております。ただ、慎重を期して対応することには一定の意味があるとしても、例えばこれから 20～30 年の間、「検証中」という看板を降ろさないという姿勢を維持するのは如何なものかとも考えており、様々な算定の仕方はあるかもしれませんが、理論の最初の口頭発表（＝2010 年 10 月の講演）や連続論文の公開（＝2012 年 8 月）より「10 年以内」ということで、「2010 年代の後半辺りまでを目途とする」ことは妥当な線かと考えております。

(7) 上の (6) の内容を踏まえて考えると、

次のステップは何か？

という疑問が当然浮上します。例えば、どなたか著名な研究者が理論の正否について決定的な発表を行なう、というような展開を一部の数学者は期待しているようですが、このような展開がいつまで経っても実現しない可能性が非常に高いと考えております。その理由は次の通りです：一定以上の研究業績のある研究者の場合、論文を読むとき、

学生や初心者のように「一から学習する」ような姿勢で時間を掛けて基礎から順番に勉強していくといったような読み方を極力避け、寧ろこれまで蓄えてきた専門知識や深い理解を適用できるように、自分にとって既に「消化済み」、「理解済み」な様々なテーマのうち、どれに該当する論法の論文なのか、論文の主たる用語や定理を素早く「検索」することによって論文を効率よく「消化」しようとするのです。

別の言い方をすれば、これは山下氏が注意した「つまみ食い」（上の (2) を参照）というアプローチに当たります。一方、IUTeich の場合、「絶対遠アーベル幾何」や「エタール・テータ関数の剛性性質」、「Hodge-Arakelov 理論」といったテーマについて既に深い理解とそれなりの研究業績を有する研究者なら、そのような「つまみ食い」だけで IUTeich をかなり本格的に理解することが可能なかもしれませんが、幸か不幸かは別として、これらのテーマに精通している研究者は（私自身を除けば）この世に存在しないのが実情です。強いて挙げるとすれば、最も近い「流儀」の遠アーベル幾何の研究で「一定以上」の研究業績のある研究者は、（上の (3), (4) の）

Saïdi 氏と星氏、それから（2013 年 5 月～11 月の山下氏のセミナーに出席した）玉川安騎男氏（京都大学数理解析研究所・教授）ということになります。（ただし、玉川氏の場合、他の仕事により多忙を極めているため、IUTeich の論文を本格的に勉強することは当分現実的ではないと思われます。）つまり、議論を要約すると、

既に IUTeich の検証活動に関わっている数名の研究者を除けば、世界の全ての数論幾何の研究者（＝連続論文が公開された時点（＝2012 年 8 月）での山下氏も含めて！）は IUTeich の周辺にある数学に関しては「全くの素人」であり、これまでの研究業績の上に成り立っている「深い理解」を活用して IUTeich の正否に関する決定的な（＝「数学的に意味のある」）判定を下す資格が本質的にありません。

すると、「次のステップは何か？」という問い掛けに戻りますが、このような状況ですと、山下氏のように

元々は素人でも「一から丁寧に勉強する」ことによって理論に関する深い理解に到達する研究者を、（場合によって相当長い年月を掛けて）少しずつ育成し増やしていく、つまり理論の普及を促進するための努力を、長期にわたり継続していく

といったような方針しか思い浮かびません。一方、「一から丁寧に勉強する」ことに対して、特に海外の研究者を中心に、相当強烈な否定的な見解や拒絶反応が発生しているようです。上の (2), (3), (4), (6) で解説した通り、「中核的な 3 名」の場合、IUTeich の勉強が極めて円滑に進展したわけですが、

一体どのような原因によって「中核的な 3 名」とこれほども対照的な反応が発生しているのか、こちらとしては全くの謎であり、現時点では解明に至っていないと言わざるを得ません。

ただし、次の通り、「普及の障害」となっているものの「正体」ないしはその本質的な論理構造を巡って、幾つかの（必ずしも互いに無関係ではない！）「仮説」があります：

- (H1) IUTeich を構成する論文の合計頁数は「準備の論文」も入れると数千頁（＝勘定の仕方によって 1500～2500 頁）に上る。頁数が多すぎて勉強する時間も気力もない。
- (H2) IUTeich で多用される遠アーベル幾何系の「復元論法」の論理構造、議論の展開の仕方やその背後にある「問題意識」等を全く理解できないため、頑張って勉強しようとしても議論に付いていけない。遠アーベル幾何に関する適切な教科書等の「教育インフラ」も未だに存在しない。
- (H3) 数論における全ての本質的な現象はラングランズプログラムに見られるような表現論的なアプローチに帰着されると信じているが、IUTeich の基本的な考え方はそのような表現論的なアプローチに則っているものではない。

8 宇宙際タイヒミューラー理論の検証：進捗状況の報告（2014 年 12 月現在）

(H4) Wiles の 1995 年の有名な（有理数体上の楕円曲線に関する）仕事の場合、有理数体以外の特殊な性質を持った数体等への様々な拡張や一般化が後になって他の研究者によって成し遂げられたが、IU Teich の場合、同様な拡張や一般化による研究ができる見込みがない。（因みに、よく知られているように、Wiles の仕事は正に (H3) の「表現論的なアプローチ」の「代表格」と言ってよい。）

(H5) 自分自身の研究に役立つ（＝研究論文の「増産」に繋がる）見込みのない理論を勉強する暇がない。特に任期付きの職で採用されている 20 歳代～30 歳代の若手の研究者の場合、これは切実な懸案事項である。

これらの項目について、まず、(H1) と (H5)、(H1) と (H2)、(H3) と (H4)、それから (H4) と (H5) の関連性はそれぞれの項目の内容より明らかであることを指摘しておきます。それぞれの項目に関するこちらの感想は次の通りになります：

(T1) 内容や著者の人数等、様々な違いがあるため単純な比較はできませんが、例えば Weil 予想の証明に用いられた 1960 年代の有名な（スキーム論の基礎を築いた）「EGA」と「SGA」の合計頁数は（一桁多い！）一万弱位の頁数に上ります。

(T2) 確かに教科書のような「教育インフラ」は未だに整備されていないようです。一方、 $[\mathbb{Q}_p\text{GC}]$ のように短くて（＝8 頁！）初等的（＝局所体の整数論に関連した古典的な理論に精通している読者からすれば）かつ入門的な論文もありますので、そこから遠アーベル幾何の勉強を始めるのは一つのアプローチになります。ただ、星氏（上の (4) の最後辺りと、それから (6) の冒頭の解説を参照）を始め、長年にわたり何名もの学生の教育に関わったり、また勉強しようとして苦労しているという何名もの研究者の話を聞いたりしていると、次のような印象を受けることが少なくありません：この種の問題への有効な対応に最も必要なものは、（教科書等の勉強による）新しい知識の導入というよりも、寧ろ（苦労しているという）研究者が以前から脳に取り入れ、長年にわたり固定したまま空気のように当たり前に常用している様々な

思考回路を一旦解除し、

頭を言わば「まっさら」な状態にした上で、学生や初心者のように

原始的な論理思考のみを頼りに基礎に立ち返って

物事を考える姿勢を徹底することではないでしょうか。

(T3) ラングランズプログラムに代表されるような「表現論的なアプローチ」は確かに現代数論の大きな研究の流れの一つですが、数論における全ての本質的な現象は「その傘下に入る」、あるいは「その特別な場合に当たる」といったような考え方は様々な重要な数論的事象の実態と整合しないものであると理解しております。

- (T4) IUTeich の一般化の対象の候補となり得る数学的对象が見当たらない本質的な理由の一つは、IUTeich が（有理数体のような特殊な数体ではなく）任意の数体に対して成り立つ理論になっていることにありますが、同じく任意の数体に対して成立する Faltings の有名な 1983 年の仕事の手法も、未だに他の設定に拡張・一般化されていないと認識しております。一方、Faltings の仕事に類似現象は見られないが、拡張・一般化にそぐわない IUTeich のもう一つの重要な側面として、双曲的曲線の遠アーベル幾何と密接に関連している楕円曲線のテータ関数の理論（＝ [EtTh] の理論）が挙げられます。
- (T5) 確かに、IUTeich を真面目に勉強すれば研究論文の「増産」に繋がることを事前に保障することはできませんが、もし「自分の生活に直接役立つものでない限り、関心が持てない」という理屈によって IUTeich が多くの数論幾何の研究者に「忌避」されているとすれば、

**IUTeich の数論幾何全体の中での「立ち位置」は
純粋数学の人間社会全体の中での「立ち位置」**

の恰好の「相似形のモデル」ということになり、しかも二者（＝二種類の「立ち位置」）の類似性を考慮すると、後者を研究する上において、前者の趨勢は有意義な示唆を与える可能性を秘めているという見方もできるのではないのでしょうか。

最後に、IUTeich の研究に関わってから十数年にわたり多種多様な肯定的意見や否定的意見に接してきており、その経験から生まれたもう一つの感想になりますが、

理論について「肯定対否定」という「対立軸」を認識させられることは一切ないとは言いませんが、その「軸」よりも寧ろ、述べられている意見が

厳密かつ適切な数学的理解の上に成り立っているものかどうか

という「軸」こそ、「本命」ではないか

と感じさせられる場面にしばしば遭遇します。ただし、現時点では IUTeich については「厳密かつ適切な数学的理解の上に成り立っている」否定的な意見を述べられた場面は記憶にありません。肯定・否定を問わず、IUTeich について厳密かつ適切な数学的理解の上に成り立っている意見を有する研究者に対する提言ということになります、

そのような意見は、（私を含む）第三者でも検証できるように、背景にある数学的な議論や根拠等と共にネット上で（もしくは最低でも著者である私に対して）公開し、IUTeich に関する

論点の整理

を図る努力をすべき時期に入ったのではないかと私は強く感じております。

10 宇宙際タイヒミューラー理論の検証：進捗状況の報告（2014 年 12 月現在）

(8) 上の (6), (7) で解説した状況を一言で総括すると、

IUTeich を巡る活動の重心は「検証」から「普及」へ

と移行しつつある時期にあることは言えるように思います。今後、（半世紀以上に及ぶ豊富な実績を持つ）数理研の共同利用事業を活用するような形で、数理研を拠点にして国内外に向けて IUTeich に関する情報発信・普及活動への取り組みを更に強化していきたいと考えております。海外でも（詳しい状況については把握しておりませんが）IUTeich に関するセミナーや研究集会が企画されては何らかの意味において失敗に終わる、というような話を幾度となく耳にしております。一方、2015 年 3 月に予定している数理研での研究集会の計画まで漕ぎ着けることができた背景には、やはり数理研に蓄積されている様々な形態の社会的・文化的インフラによる充実したサポート体制があることを、今回の報告を纏めるに当たり改めて痛感しております。2015 年 3 月の研究集会はどちらかといえば、国内の大学院生や若手の研究者を主な対象として想定しているものですが、例えば、数理研の国際交流事業では、

毎年海外から **300～400 名程の短期の来訪者、**
それから **10～20 名程の長期（＝1 ヶ月以上）の来訪者**

が数理研を訪問する等、海外の研究者との交流が盛んに行なわれております。中にはここ数年の Saïdi 氏のように、客員教授として 3 ヶ月以上滞在する研究者が毎年 10 名程おります。ただし、特に国際交流については何らかの形での「強制」を強く主張する人間も相当数存在するようですが、私は様々な経験から、国内外の交流事業の立ち上げに際し、

究極的な真実を謙虚な姿勢で見極め、明らかにすることを使命とする一種の「研究者」のような志で、事業の参加者の本音と向き合い、その本気度を見極め、しっかり確認できた場合にのみ事業を実行に移す

という姿勢を大切にすることを昔から説いております。そのような姿勢に拘るのは、

そのようにして参加者の「本気」を活用することを主体とする交流事業にこそ、（どんなに過酷な鞭打ちをもってしても「強制」では到底叶わない!）

長期にわたり持続する活気や活力、「相乗効果」等、真に健全な展開
が生まれる

と確信しているからです。実際、例えば、

- ・ 山下氏との IUTeich を巡る交流のきっかけとなったのは、本人からの 2012 年 9 月頃の連絡による、IUTeich を勉強したいという申し出、提案であり、その後のサーベイの執筆を含めた様々な形での検証活動も全て完全に本人による提案であり、私からの「発案」や「依頼」等は一切ありません。
- ・ Saïdi 氏の場合、2013 年 7 月以降の IUTeich を巡る交流は、2013 年春頃に（長年にわたり Saïdi 氏と共同研究を行なっている玉川氏経由で）半年

程前から Saïdi 氏が（私とは完全に関係のない形でご自分の意思により！）[FrdI] 等、IU Teich の勉強を目標に、「準備の論文」の勉強に着手したことを知ったことがきっかけでした。

- ・ 星氏の場合、以前から二人で行なっているセミナーで IU Teich を取り上げるに至ったのは、私が星氏と長年にわたり指導教員や共同研究者として多種多様な遠アーベル幾何関連の話題を題材に盛んに交流してきたことが背景にあります。その長年の交流も、星氏が学部生の頃に（私とは完全に関係のない形でご自分の意思により！）私の論文（[pGC]）のある部分を読んで、ある程度理解し、 p 進セクション予想等、 p 進遠アーベル幾何を勉強するために私を（修士課程の）指導教員に志望して下さったことがきっかけでした。

なお、この 3 名の場合、私が様々な論文を執筆したり、その関連の研究をしたりすることによって抱くに至った感想で、論文等には明示的に記載しなかったものでも、私からの指摘や言及等を待つまでもなく、自分自身の「独立な観察」として同様な内容の感想を述べられたことは一回や二回ではなく、こちらでも覚えきれないほどの回数あり、その度に大変感動しております。このような効果は本人の旺盛な意欲の上に成り立っている活動でないと実現するものではありません。

(9) 「中核的な 3 名」の山下氏、Saïdi 氏、星氏を始め、ご多忙な中、貴重なお時間を（場合によっては大量に）割いて今回の報告で解説した様々な活動に多大な貢献をして下さった関係者の皆様の格別なご熱意とご協力に深くお礼を申し上げます。

文献リスト

- [$\mathbb{Q}_p$ GC] S. Mochizuki, A Version of the Grothendieck Conjecture for p -adic Local Fields, *The International Journal of Math.* **8** (1997), pp. 499-506.
- [pGC] S. Mochizuki, The Local Pro- p Anabelian Geometry of Curves, *Invent. Math.* **138** (1999), pp. 319-423.
- [HASurI] S. Mochizuki, A Survey of the Hodge-Arakelov Theory of Elliptic Curves I, *Arithmetic Fundamental Groups and Noncommutative Algebra, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics* **70**, American Mathematical Society (2002), pp. 533-569.
- [HASurII] S. Mochizuki, A Survey of the Hodge-Arakelov Theory of Elliptic Curves II, *Algebraic Geometry 2000, Azumino, Adv. Stud. Pure Math.* **36**, Math. Soc. Japan (2002), pp. 81-114.

- [SemiAnbd] S. Mochizuki, Semi-graphs of Anabelioids, *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* **42** (2006), pp. 221-322.
- [FrdI] S. Mochizuki, The Geometry of Frobenioids I: The General Theory, *Kyushu J. Math.* **62** (2008), pp. 293-400.
- [FrdII] S. Mochizuki, The Geometry of Frobenioids II: Poly-Frobenioids, *Kyushu J. Math.* **62** (2008), pp. 401-460.
- [EtTh] S. Mochizuki, The Étale Theta Function and its Frobenioid-theoretic Manifestations, *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* **45** (2009), pp. 227-349.
- [AbsTopI] S. Mochizuki, Topics in Absolute Anabelian Geometry I: Generalities, *J. Math. Sci. Univ. Tokyo* **19** (2012), pp. 139-242.
- [AbsTopII] S. Mochizuki, Topics in Absolute Anabelian Geometry II: Decomposition Groups and Endomorphisms, *J. Math. Sci. Univ. Tokyo* **20** (2013), pp. 171-269.
- [AbsTopIII] S. Mochizuki, *Topics in Absolute Anabelian Geometry III: Global Reconstruction Algorithms*, RIMS Preprint **1626** (March 2008).
- [GenEll] S. Mochizuki, Arithmetic Elliptic Curves in General Position, *Math. J. Okayama Univ.* **52** (2010), pp. 1-28.
- [IUTchI] S. Mochizuki, *Inter-universal Teichmüller Theory I: Construction of Hodge Theaters*, RIMS Preprint **1756** (August 2012).
- [IUTchII] S. Mochizuki, *Inter-universal Teichmüller Theory II: Hodge-Arakelov-theoretic Evaluation*, RIMS Preprint **1757** (August 2012).
- [IUTchIII] S. Mochizuki, *Inter-universal Teichmüller Theory III: Canonical Splittings of the Log-theta-lattice*, RIMS Preprint **1758** (August 2012).
- [IUTchIV] S. Mochizuki, *Inter-universal Teichmüller Theory IV: Log-volume Computations and Set-theoretic Foundations*, RIMS Preprint **1759** (August 2012).
- [Pano] S. Mochizuki, A Panoramic Overview of Inter-universal Teichmüller Theory, *Algebraic number theory and related topics 2012, RIMS Kōkyūroku Bessatsu B51*, Res. Inst. Math. Sci. (RIMS), Kyoto (2014), pp. 301-345.